# 多数国貿易モデル（一）

柴田　裕

## 一

筆者はさきに、「多数国貿易における国際収支」（富山大学紀要、経済学部論集第五号、昭和三十年一月）（以下旧稿と略称する）及び「多数国貿易における国際収支・続」（同第七号、昭和三十年八月）（以下旧稿続と略称する）において、多数国貿易モデルを構成し、且、数字例をあげて説明した。問題は貿易参加国の何れかの一国（或は二国以上でもよい）によつてショックが与えられた場合（例えば自発的支出増加、自発的需要シフトや為替相場切下等があつた時）、所得効果と価格効果を共に考慮する時、各国の貿易収支がいかに変化するかであるが、貿易収支の変化量は、リアルな国民所得の変化量が決れば分るから、結局、ショックが与えられた場合、各国のリアルな国民所得がいかに変化するかを問うことになる。（旧稿では、各国は只、一種の財を生産し、各財の供給は雇傭量の函数と考えるから、技術変化がないとすれば、各財の生産量増分は、雇傭量増分に等しく、それは賃率を不変とすればリアルな国民所得の増分に等しい。この点は本稿でも同じである）。

各国のリアルな国民所得の増分とショックの関係は本稿第二節の(2.1)式によつて示されよう（但し、貿易参加国は四ケ国で、第一国以外の国のリアルな供給弾性値は無限大と仮定されているが）。ところで(2.1)式のマトリックスMの各因子を構成する構造係数の安定性は分析の有効性に対する大きな制限であるが、通常の投入産出分析における技術係数のような安定性を期し得ないのは当然である。然し、比較的短期をとるならば、構造係数のうち、各国商品に対する限界支出性向は比較的安定であつて、変動的なのは、各国商品間の代替・補完性を示す係数であると考えることが出来よう。各国商品に対する需要者の態度は、それらの価格が変化しない限り比較的変らないけれども、価格が変化した場合、需要者の態度の重要な変化としてあらわれると、考えることはたいして誤りではないであろう。

本稿はこのような観点から、構造係数が変動的である場合を考慮に入れることによつて旧稿の多数国貿易モデルをより一般化することを取扱うのであるが、簡単化の為に四国四財ケースとし、且分析技術上の制約から一国のみの供給弾性値のみが有限で可変的であり、又、モデルにあらわれる代替補完性を示す係数のうち、ただ一ケのみが可変的である（実際は後述するようにモデルにインプリシトに含まれる係数を含めて二ケである）と仮定する。

尚、本稿であつかわれる四国四財ケースの特殊ケースとして、筆者は二国四財モデルの研究を発表しているが（富山大学紀要、経済学部論集、第九号及び第十一モデル号、昭和三十一年三月及び昭和三十二年一月）、分析の仕方は共通である。本稿のモデルの諸前提並に、記号の詳細については、旧稿、旧続稿と上記の二国四財モデルの稿を参照いただきたい。

## 二

四ケ国が存在し（第一国ないし第四国と名ずける）、各国は、それぞれ一種類の財を生産するものとする（第一商品ないし第四商品と名ずける）。四ケ国のうち、第一国において自発的支出増加が生じ、そして、第一国の供給弾性値のみが有限値をとつて、他の国々のそれは、無限大の値をとるとすれば、このショックと各国のリアルな国民所得の増分並びに、貿易収支の増分

の関係は旧稿にのべたように次式で与えられる。

(2'1)　$M\cdot w=d,\quad \therefore w=M^{-1}\cdot d$

但しM、w及びｄは次のマトリックス及びベクトルである。

$$M=\begin{vmatrix} 1-m_{11}+\dfrac{{}_1\Gamma_1}{\eta_1 Q2} & -m_{12} & -m_{13} & -m_{14} \\ -m_{21}-\dfrac{{}_2\Gamma_1}{\eta_1 Q_1} & 1-m_{22} & -m_{23} & -m_{24} \\ -m_{31}-\dfrac{{}_3\Gamma_1}{\eta_1 Q_1} & -m_{32} & 1-m_{33} & -m_{34} \\ -m_{41}-\dfrac{{}_4\Gamma_1}{\eta_1 Q_1} & -m_{42} & -m_{43} & 1-m_{44} \end{vmatrix}$$

$$w=\begin{pmatrix} w_1\\ w_2\\ w_3\\ w_4 \end{pmatrix}\qquad d=\begin{pmatrix} d_1\\ d_2\\ d_3\\ d_4 \end{pmatrix}$$

ここで、

$m_{11}=(1-\lambda_1)(1-\pi_1),\quad m_{12}=(1-\lambda_2)\pi_{12},\quad m_{13}=(1-\lambda_3)\pi_{13},\quad m_{14}=(1-\lambda_4)\pi_{14},$

$m_{21}=(1-\lambda_1)\pi_{21},\quad m_{22}=(1-\lambda_2)(1-\pi_2),\quad m_{23}=(1-\lambda_3)\pi_{23},\quad m_{24}=(1-\lambda_4)\pi_{24},$

$m_{31}=(1-\lambda_1)\pi_{31},\quad m_{32}=(1-\lambda_2)\pi_{32},\quad m_{33}=(1-\lambda_3)(1-\pi_3),\quad m_{34}=(1-\lambda_4)\pi_{34},$

$m_{41}=(1-\lambda_1)\pi_{41},\quad m_{42}=(1-\lambda_2)\pi_{42},\quad m_{43}=(1-\lambda_3)\pi_{43},\quad m_{44}=(1-\lambda_4)(1-\pi)$

（但し、$\lambda_i$は、第$i$国の限界非支出性向、$\pi_i$は第$i$国の国内支出額に対する限界輸入性向、$\pi_{ij}$は、第$j$国における第$i$国品に対する限界輸入性向で、

$\pi_j=\sum_{i=1,\neq j}^{4}\pi_{ij}$ である）

又、

$${}_1\Gamma_1=\sum_{j=2}^{4}{}_{11}\gamma_{1j}=\sum_{j=2}^{4}I_{1j}\{\pi_{1j}+{}_1\varepsilon_{1j}+{}_1\beta_{1j}\cdot\pi_{j1}+{}_{j1}\alpha_{1j}\cdot{}_1\varepsilon_{j1}-1\}$$

$${}_2\Gamma_1=\sum_{j=1,\neq 2}^{4}{}_{21}\gamma_{2j}=I_{12}\{{}_1\beta_{12}\cdot\pi_{21}+{}_{21}\alpha_{12}\cdot{}_1\varepsilon_{21}+\pi_{12}+{}_1\varepsilon_{12}-1\}+\sum_{j=3}^{4}I_{2j}$$
$$\{-{}_{1j}\alpha_{2j}\cdot\pi_{2j}+{}_1\varepsilon_{2j}+{}_{12}\alpha_{2j}\cdot\pi_{j2}-{}_{j2}\alpha_{2j}\cdot{}_1\varepsilon_{j2}\}$$

$${}_3\Gamma_1=\sum_{j=1,\neq 3}^{4}{}_{31}\gamma_{3j}=I_{13}\{{}_1\beta_{13}\cdot\pi_{31}+{}_{31}\alpha_{13}\cdot{}_1\varepsilon_{31}+\pi_{13}+{}_1\varepsilon_{13}-1\}+\sum_{j=\ ,\neq 3}^{4}I_{3j}$$
$$\{-{}_{1j}\alpha_{3j}\cdot\pi_{3j}+{}_1\varepsilon_{3j}+{}_{13}\alpha_{3j}\cdot\pi_{j3}-{}_{j3}\alpha_{3j}\cdot{}_1\varepsilon_{j3}\}$$

$${}_4\Gamma_1=\sum_{j=1}^{3}{}_{41}\gamma_{4j}=\pi_{14}\{{}_1\beta_{14}\cdot\pi_{41}+{}_{41}\alpha_{14}\cdot{}_1\varepsilon_{41}+\pi_{14}+{}_1\varepsilon_{14}-1\}+\sum_{j=2}^{3}I_{4j}$$
$$\{-{}_{1j}\alpha_{4j}\cdot\pi_{4j}+{}_1\varepsilon_{4j}+{}_{14}\alpha_{4j}\cdot\pi_{j4}-{}_{j4}\alpha_{4j}\cdot{}_1\varepsilon_{j4}\}$$

（但し、$I_{ij}$は初期における第$j$国の第$i$国品の輸入量であるが初期価格をIにとってあるので輸入額に等しく、$\sum_{j=2}^{4}I_{1j}=E_1$ は第一国の総輸出量＝総輸出額であって、${}_1\beta_{1j}=E_1/I_{1j}$ である。又、${}_{ji}\alpha_{ij}=I_{ji}/I_{ij}$ である。${}_1\varepsilon_{ij}$は第$i$国における、第一商品価格に関する第$j$国品の the expenditure-compensated cross elasticity であって、即ち第$i$国市場における、第一国商品と第$j$国商品の代替性又は補完性を示す係数である。尚${}_{i1}\gamma_{ij}$は、旧稿続において使用した記号を参考までにあげたものである）

又、ベクトルwの成分である$w_i$は第$i$国のリアルな国民所得の増分であって、ベクトルdの成分である$d_i$は、自発的支出増加が第一国に生じたのであるからその増加額を$\overset{u}{d}_1$とすれば、

$$\begin{cases} d_1=\overset{u}{d}_1(1-\pi_1) \\ d_2=\overset{u}{d}_1\cdot\pi_{21} \\ d_3=\overset{u}{d}_1\cdot\pi_{31} \\ d_4=\overset{u}{d}_1\cdot\pi_{41} \end{cases}$$

勿論、$d_i$は全て正値をとる。又、マトリックスMの第一列の因子のうち、${}^i\Gamma_1$の分母にある$\eta_1$は、第一国商品のリアルな供給弾性値で$Q_1$は初期における第一国商品の生産量であるが初期価格を全ての財について1としているので生産額に等しい。

旧稿でのべたように、第一商品価格の上昇率を$q_1'$とすれば、$q^{1\prime}\cdot{}_1\Gamma_1$は、${}_1\Gamma_1$が正（負）ならば、第一商品価格上昇の結果生じた第一商品に対するネッ

トの需要減少（増加）量を示し，$q_1' \cdot {}_i\Gamma_1$（$i=2,3,4$）は${}_i\Gamma_1$が正（負）ならば，第一商品価格上昇を生じた第$i$商品に対するネットの需要増加（減少）量を示す（以下ネットという言葉を省略する）。ところで

$$\frac{{}_i\Gamma_1}{\eta_1 Q_1}=q_1' \cdot {}_i\Gamma_1/q_1 \quad (q_1\text{は第一商品供給量増分})$$

であるから，${}_i\Gamma_1$を分子に持つ項は，第一国の対国民所得の各商品に対する限界支出性向の修正項である。

各国の貿易収支の増分$t$は次式で与えられる。

$$(2.2)\quad \left.\begin{array}{l} t_i=\lambda_i \cdot w_i \\ t_1=\lambda_1 \cdot w_1-\overset{u}{d_1} \end{array}\right\} i=2,3,4\ ;\ \sum_{j=1}^{4} t_j=0$$

## 三

(2.1)式から求められ各国のリアルな国民所得の増分　$w_i$（$i=1,\cdots\cdots,4$）が，第一国の価格の上昇速度の大小に従って（これは$\eta_1$の値の大小できまる）どのような値をとるかは，マトリックスMを，$M={}_\alpha M+\frac{1}{\eta}\cdot{}_{\beta_1}M$ のように分解して，$w_i$の値を求めることによって考察することが出来る。${}_\alpha M$と${}_{\beta_1}M$は次のマトリックスである。

$${}_\alpha M=\begin{vmatrix} 1-m_{11} & -m_{12} & -m_{13} & -m_{14} \\ -m_{21} & 1-m_{22} & -m_{23} & -m_{24} \\ -m_{31} & -m_{32} & 1-m_{33} & -m_{34} \\ -m_{41} & -m_{42} & -m_{43} & 1-m_{44} \end{vmatrix}$$

$${}_{\beta_1}M=\begin{vmatrix} \frac{{}_1\Gamma_1}{Q_1} & -m_{12} & -m_{13} & -m_{14} \\ -\frac{{}_2\Gamma_1}{Q_1} & 1-m_{22} & -m_{23} & -m_{24} \\ -\frac{{}_3\Gamma_1}{Q_1} & -m_{32} & 1-m_{33} & -m_{34} \\ -\frac{{}_4\Gamma_1}{Q_1} & -m_{42} & -m_{43} & 1-m_{44} \end{vmatrix}$$

各々の$w_i$の値は

$$(3.1.1)\quad w_1+\frac{w_1}{\eta_1}\cdot \det{}_{\beta_1}M\cdot(\det{}_\alpha M)^{-1}=\overline{w}_1^0$$

$$(3.1.2)\quad w_2+\frac{w_2}{\eta_1}\cdot \det{}_{\beta_1}M\cdot(\det{}_\alpha M)^{-1}=\overline{w}_2^0+\frac{{}_1w_2^*}{\eta_1}\cdot \det{}_{\beta_1}M\cdot(\det{}_\alpha M)^{-1}$$

$$(3.1.3)\quad w_3+\frac{w_3}{\eta_1}\cdot \det{}_{\beta_1}M\cdot(\det{}_\alpha M)^{-1}=\overline{w}_3^0+\frac{{}_1w_3^*}{\eta_1}\cdot \det{}_{\beta_1}M\cdot(\det{}_\alpha M)^{-1}$$

$$(3.1.4)\quad w_4+\frac{w_4}{\eta_1}\cdot \det{}_{\beta_1}M\cdot(\det{}_\alpha M)^{-1}=\overline{w}_4^0+\frac{{}_1w_4^*}{\eta_1}\cdot \det{}_{\beta_1}M\cdot(\det{}_\alpha M)^{-1}$$

ここで，$\overline{w}_i^0$（$i=1,\cdots\cdots,4$）は${}_\alpha M$及びw，dを既述のマトリックス及びベクトルとして，

$$(3.2)\quad {}_\alpha M\cdot w=d \quad \therefore w={}_\alpha M^{-1}\cdot d$$

として求めた $w_i$（$i=1,\cdots\cdots,4$）の値であり，いうまでもなく，$\eta_1$が無限大の値をとる時の$w_i$の値である。又，${}_1w_i^*$（$i=2,3,4$）は${}_{\beta_1}M$，w 及び dを既述のマトリックス及びベクトルとして，

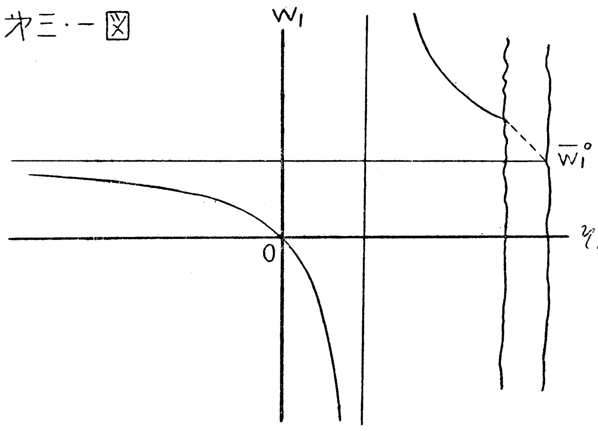
$$(3.3)\quad {}_{\beta_1}M\cdot w=d \quad \therefore w={}_{\beta_1}M^{-1}\cdot d$$

としてたw求め $w_i=$（$i=2,3,4$）の値であって，明らかに$\eta_1$が0なる時の$w_i$の値である（勿論，この時の$w_1$は0である）。

$\det{}_{\beta_1}M\neq 0$として，各式について説明する。（$\det{}_{\beta_1}M=0$ の場合は後に説明を加える）。

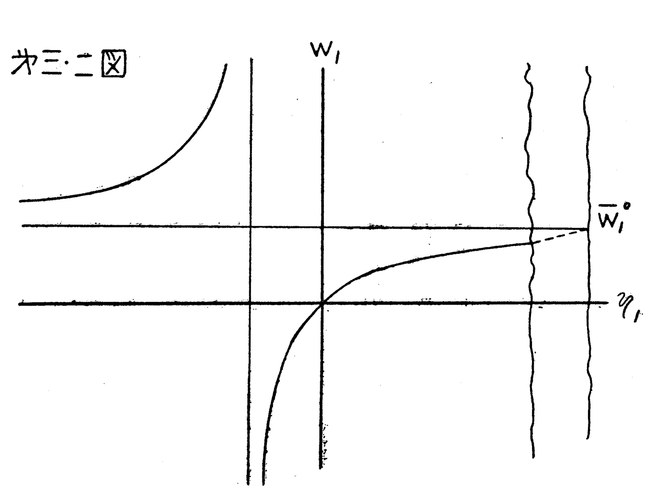
まず(3.1.1)式について。この式は$\eta_1$と$w_1$に関する直角双曲線をあらわす二次式であって，横軸に$\eta_1$を，たて軸に$w_1$をとって，グラフを描けば，この直角双曲線の二つの漸近線は$\eta_1=-\det{}_{\beta_1}M\cdot(\det{}_\alpha M)^{-1}$，$w_1=\overline{w}_1^0$であって，又$\eta_1=0$の時は$w_1=0$であるから(即ち第一国の供給弾性値が0の時は，第一商品は増加しない)，この式のあらわす直角双曲線の一つは必らず原点を通る。マトリックス${}_\alpha M$はヒックシャンであるから，$\det{}_\alpha M$と$\overline{w}_1^0$は常に正値をとる。従って，$\det{}_{\beta_1}M$がもし正値をとるならば，二つの漸近線の交点は第二象限にあ

り、もし負値をとるならば、第一象限にある。もし、二つの漸近線の交点が第一象限にあるならば、直角双曲線のうちの一つはこの交点の右上に、他の一つは交点の左下に位置し、左下の曲線が原点を通ることは、(3.1.1)式の $w_1$ が $\eta_1=\infty$ の時、$w_1=\bar{w}_1^0$ となり、$\eta_1=0$ の時、$w_1=0$ であることから明らかである。又、交点が第二象限にあるならば、直角双曲線の一つは交点の右下に、他の一つは交点の左上にあることも、以上のべたことから明らかである。第三・一図及び第三・二図は、それぞれ、交点が第一象限及び第二象限にある場合を例示したものである。(以下図においてたて軸と横軸に平行に描かれた二つの直線は漸近線である)



第三・一図

第三・一図の場合は、第一商品価格が高まれば高まる程（即ち $\eta_1$ が非負なる範囲で小となる程。なお、$\eta_1$ が負値をとる異常の場合は本稿で考察の対象としない。）第一商品に対する需要が高まることを示し、第三・二図は逆に需要が減少することを示している。ところでこのことは、$_1\Gamma_1$ の正負に関係がある。何となれば、もし、所得効果が作用しないとするならば、$_1\Gamma_1$ が正（負）の時は、第一商品価格の上昇率の大なる程（即ち $\eta_1$ が小なる程）第一商品に対する需要は、より減少（増大）することは前節でのべた所だから



第三・二図

である。従って、$_1\Gamma_1$ が正で而も十分に大であるならば $\eta_1$ が小である程、第一商品に対する需要は減少する筈であり、（所得効果が逆に作用するならば、たとい $_1\Gamma_1$ が0又は負値をとつてもこのことが可能である）又 $_1\Gamma_1$ が負で而も十分小なる時は $\eta_1$ が小なる程第一商品に対する需要は増大する（所得効果が逆に作用するならば、たとい $_1\Gamma_1$ が0又は正値をとつてもこのことは可能である）。更に注意すべきことは、第三・一図においては、非負なる $_1\eta_1$ の或る値に対して $w$ は不定値をとることであり、このことは第一商品市場が不安定要因を含むことにほかない。第三・二図はこの意味で市場は安定的だといい得る。

次に、(3.1.2)式についてのべる。この式も $\eta_1$ と、$w_2$ に関する直角双曲線をあらわす二次式である。前と同じように、この式のグラフを描けば、二つの漸近線は、$w_2=\bar{w}_2^0$, $\eta_1=-\det_{\beta_1}M\cdot(\det_\alpha M)^{-1}$ であつて、その交点は、$\bar{w}_2^0$ と、$\det_\alpha M$ は常に正値をとるのであるから（マトリックス $_\alpha M$ がヒックシャンだから）、$\det_{\beta_1}M$ が正（負）ならば、第二（第一）象限にある。いうまでもなく、$\eta_1=\infty$ の時は、$w_2=\bar{w}_2^0$ であつて、$\eta_1=0$ の時は、$w_2={}_1w_2^*$ であるが、$w_2=0$ ならしめる $\eta_1$ の値を ${}_2\eta_1^0$ とすれば、

$$(3.5)\quad {}_2\eta_1^0=-{}_1w_2^*\cdot\det_{\beta_1}M\ (\det_\alpha M)^{-1}/\bar{w}_2^0$$

従つて、二つの漸近線の交点が第二象限にあるならば（即ち、$\det_{\beta_1}M$ が正ならば）${}_1w_2^*$ が正（負）の時、曲線は $\eta_1$ 軸を原点の左（右）で切り、又、交点が第一象限にあるならば（即ち、$\det_{\beta_1}M$ が負ならば）、${}_1w_2^*$ が正（負）の時、曲線は $\eta_1$ 軸を原点の右（左）で切る。

まず、漸近線の交点が第二象限にある場合をとりあげよう。曲線の位置について三つのケースがある。

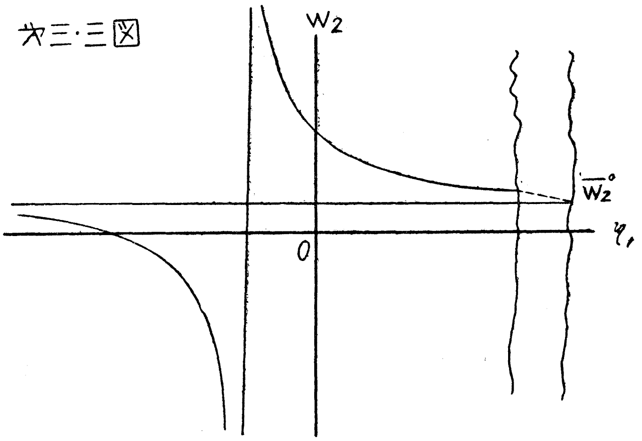
(1) ${}_2\eta_1^0$ が負で且、$|\det_{\beta_1}M| < |{}_2\eta_1^0|$ の時。曲線は交点の右上と左下に位置し、右上の曲線がたて軸を、左下の曲線が横軸を切る。

(2) ${}_2\eta_1^0$ が負であるが $|\det_{\beta_1}M| > |{}_2\eta_1^0|$ の時、曲線は交点の右下と左上に位置し、右下の曲線のみが両軸を切る。

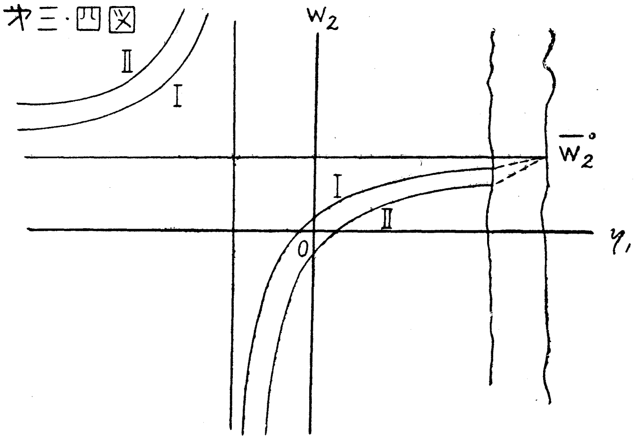
(3) ${}_2\eta_1^0$ が正の時。曲線の位置並びに両軸を切る曲線について、ケース(2)と同じ。

(1)ケースを図示したのが第三・三図で、(2)ケースと(3)ケースは第三・四図のⅠ曲線とⅡ曲線として図示されている。第三・三図は第一商品価格の上昇率が大なる程（即ち $\eta_1$ が小なる程）第二商品に対する需要が増加することを示し、第三・四図のⅠ及びⅡ曲線はいずれも、逆に需要が減少することを示している。ところで第二節でのべたように、もし、所得効果が作用しないとすれば、${}_2\Gamma_1$ が正（負）ならば、第一商品価格の上昇率が大なる程、（即ち $\eta_1$ が小なる程）第二商品に対する需要は増大（減少）する。従つて、もし、${}_2\Gamma_1$ が正で且、十分大ならば、$\eta_1$ が小となるにつれて $w_2$ は大となり（所得効果が逆

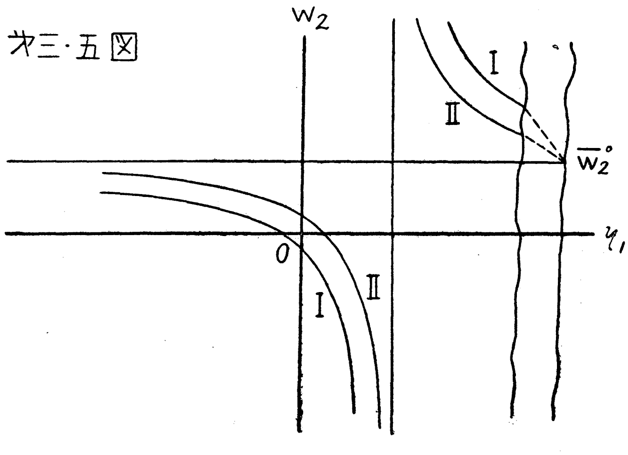
第三・三図




第三・四図




第三・五図



に作用するならば、$_2\Gamma_1$ が0又は負であつてもこのことは可能である)、$_2\Gamma_1$ が負で、且、十分小ならば、$\eta_1$ が小となるにつれて、$w^2$ は小となる（所得効果が逆に作用するならば、$_2\Gamma_1$ が0又は正であつても、このことは可能である)。

漸近線の交点が第一象限にある場合についても、曲線の位置について三つのケースがある。

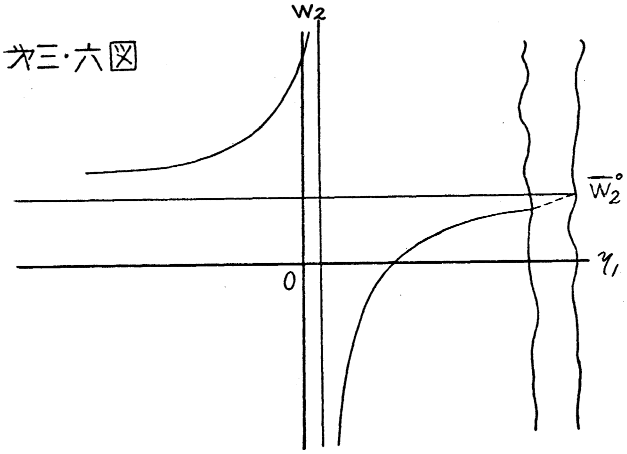
(4) $_2\eta_1^0$ が負である時。曲線は交点の右上と左下に位置し、左下の曲線のみが両軸を切る。

(5) $_2\eta_1^0$ が正であるが $|\det_{\beta_1}M|>|_2\eta_1^0|$ の時。曲線の位置及び両軸を切る曲線は(4)ケースに同じ。

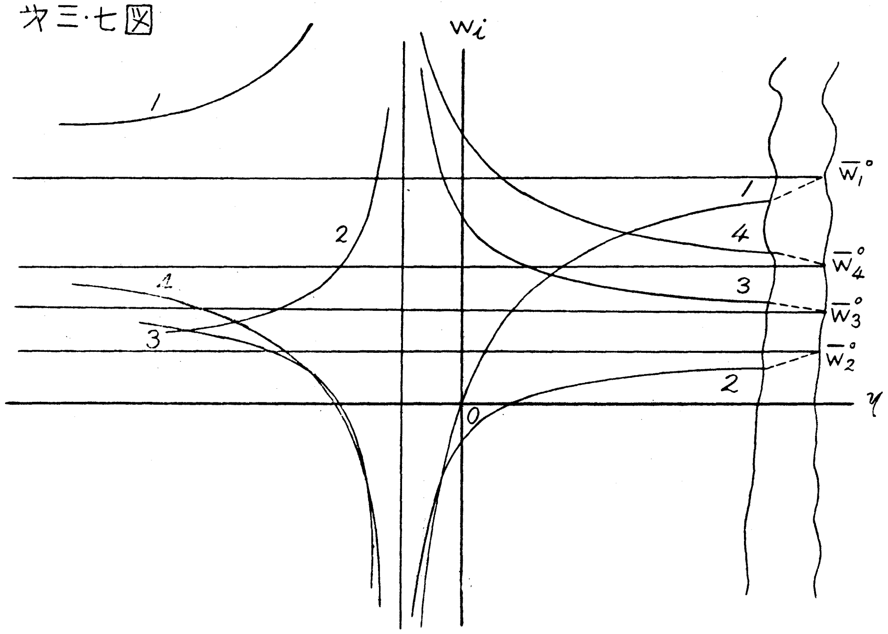
(6) $_2\eta_1^0$ が正で、且、$|\det_{\beta_1}M|<|_2\eta_1^0|$ の時。曲線は交点の左上と右下に位置し、左上の曲線がたて軸を右下の曲線が横軸を切る。

(4)ケースと(5)ケースを図示したが第三・五図のⅠ曲線とⅡ曲線であり、(6)ケースを図示したのが第三・六図である。第三・五図及び第三・六図における曲線の形と$_2\Gamma_1$の関係については第三・三図についてのべたことから類推出来るから、ここにくり返さない。注意すべきことは、第一商品市場が不安定要因を含む時(いいかえれば'$\det_{\beta_1}M<0$)第二商品市場も不安定要因を含むことであつて、このことは、第三・五図及び第三・六図に見るように、非負なる$\eta_1$の値に対して、$w_2$の値が不定値をとり得ることから明らかである。

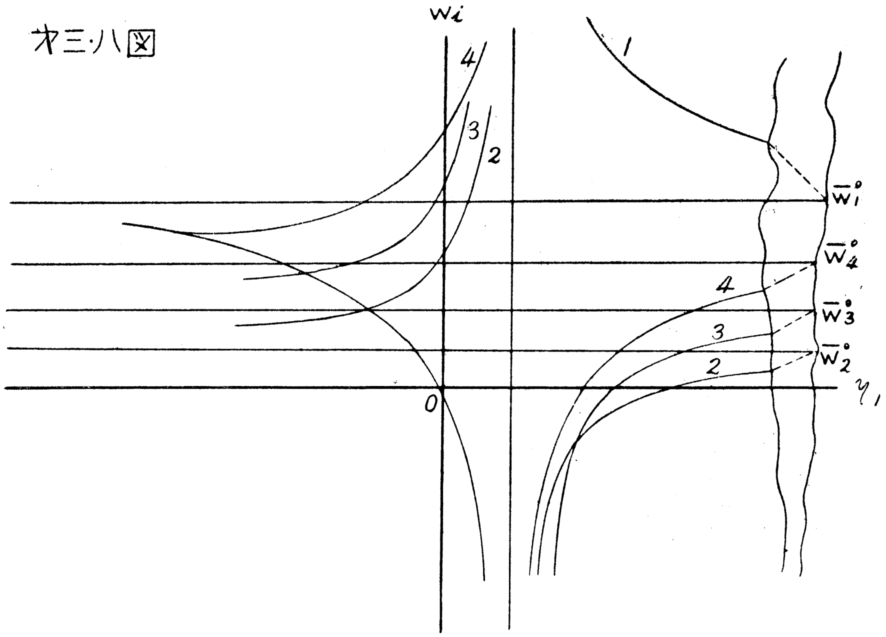
第三・六図




第三・七図



(3.1.3)式及び(3.1.4)式については(3.1.2)式についてのべたことから類推出来るから、ここに説明をくり返さない。




第三・八図

第三・七図及び第三・八図は(3.1.1)—(3.1.4)式を同時にグラフに描いたものである。第三・七図は $\det_{\beta_1}M>0$ で、${}_2\Gamma_1$ が第一商品価格が上昇する時、第二商品えの需要を減少せしめるような値で、${}_3\Gamma_1$ と ${}_4\Gamma_1$ は第三及び第四商品えの需要を増加せしめる値をとるものとして描かれている。第三・八図は、$\det_{\beta_1}M<0$ で ${}_2\Gamma_1$、${}_3\Gamma_1$、及び ${}_4\Gamma_1$ のいずれもが、第一商品価格上昇の時、第二、第三及び第四商品えの需要を減少せしめるような値をとるものとして描かれている。

注意すべきことは、漸近線のいづれか一方の側において、四ケの曲線の曲線が全て右上り又は右下りとなることはないということである。このことは、

$${}_1\Gamma_1-\sum_{i=2}^{4}{}_i\Gamma_1=0$$

という関係が常に存することから明らかである。

又、いうまでもないことであるが、ある $\eta_1$ の値に応ずる $w_i$ の値の間には

$$(\lambda_1\cdot w_1-\overset{u}{d}_1)+\sum_{j=2}^{4}\lambda_j\cdot w_j=0$$

なる関係があることは、$\sum_{i=1}^{4}t_i=0$ なることから明らかである。

## 四

(3.1.1)—(3.1.4)式における ${}_1\overset{*}{w}_i$ ($i=2,3,4$) は $\eta_1$ が0なる時の値であるが、マトリックス ${}_{\beta_1}M$ の第一列の因子を見れば分るように、${}_i\Gamma_1$ ($i=1,\ldots\ldots,4$) を構成する ${}_1\varepsilon_{ij}$ ($i,j=1,\ldots\ldots,4$) が変れば(即ち、第 $j$ 国市場における第一商品と第 $i$ 商品の代替又は補完性が変れば)、${}_1\overset{*}{w}_i$ は変る。

今、${}_1\varepsilon_{21}$ が変るものとし(即ち第一国市場における第一商品と第二商品の代替、補完性が変るものとし)、この ${}_1\varepsilon_{21}$ の変化が ${}_1\overset{*}{w}_i$ にいかなる変化を与えるかは次のようにして考察することが出来る。

マトリックス ${}_{\beta_1}\mathrm{M}$ を ${}_{\beta_1}\mathrm{M}={}_{\beta_1}^{\prime}\mathrm{M}+{}_1\varepsilon_{21}\cdot{}_{\beta_1}^{\prime\prime}\mathrm{M}$ の形に分割すれば、${}_{\beta'_1}\mathrm{M}$ と ${}_{\beta''_1}\mathrm{M}$ は次のマトリックスである。

$$
{}_{\beta_1}^{\prime}\mathrm{M}=\begin{vmatrix} \dfrac{{}_1^2\Gamma_1^1}{Q_1} & -m_{12} & -m_{13} & -m_{14} \\ -\dfrac{{}_2^2\Gamma_1^1}{Q_1} & 1-m_{22} & -m_{23} & -m_{24} \\ -\dfrac{{}_3\Gamma_1}{Q_1} & -m_{32} & 1-m_{33} & -m_{34} \\ -\dfrac{{}_4\Gamma_1}{Q_1} & -m_{42} & -m_{43} & 1-m_{44} \end{vmatrix}
$$

$$
{}_{\beta_1}^{\prime\prime}\mathrm{M}=\begin{vmatrix} \dfrac{I_{21}}{Q_1} & -m_{12} & -m_{13} & -m_{14} \\ -\dfrac{I_{21}}{Q_1} & 1-m_{22} & -m_{23} & -m_{24} \\ 0 & -m_{32} & 1-m_{33} & -m_{34} \\ 0 & -m_{42} & -m_{43} & 1-m_{44} \end{vmatrix}
$$

但し、マトリックス ${}_{\beta_1}^{\prime}\mathrm{M}$ の第一行第一列及び第二行第一列の因子はそれぞれ次の如くである。

$$
{}_1^2\Gamma_1^1=I_{12}\{\pi_{12}+{}_1\varepsilon_{12}+{}_1\beta_{12}\cdot\pi_{21}-1\}+\sum_{j=3}^{4}I_{1j}\{\pi_{1j}+{}_1\varepsilon_{1j}+{}_1\beta_{1j}\cdot\pi_{j1}+{}_{j1}\alpha_{1j}\cdot\varepsilon_{j1}-1\}
$$

$$
{}_2^2\Gamma_1^1=I_{12}\{{}_1\beta_{12}\cdot\pi_{21}+\pi_{12}+{}_1\varepsilon_{12}-1\}+\sum_{j=3}^{4}I_{2j}\{-{}_{1j}\alpha_{2j}\cdot\pi_{2j}+{}_1\varepsilon_{2j}+{}_{12}\alpha_{2j}\pi_{j2}-{}_{j2}\alpha_{2j}\cdot{}_1\varepsilon_{j2}\}
$$

即ち、${}_1^2\Gamma_1^1$ は ${}_1\Gamma_1$ から ${}_1\varepsilon_{21}$ を含む項を除いたものであり、${}_2^2\Gamma_1^1$ は ${}_2\Gamma_1$ から ${}_1\varepsilon_{21}$ を含む項を除いたものである。

この時、${}_1\overset{*}{w}_i$ と ${}_1\varepsilon_{21}$ の関係は次式で示される。

(4.1.1)　${}_1\overset{*}{w}_2+{}_1\varepsilon_{21}\cdot{}_1\overset{*}{w}_2\cdot\det_{\beta_1}^{\prime\prime}\mathrm{M}\cdot(\det_{\beta_1}^{\prime}\mathrm{M})^{-1}={}_1\overset{*\prime}{w}_2+{}_1\varepsilon_{21}\cdot{}_1\overset{*\prime\prime}{w}_2$
$\cdot\det_{\beta_1}^{\prime\prime}\mathrm{M}\cdot(\det_{\beta_1}^{\prime}\mathrm{M})^{-1}$

(4.1.2)　${}_1\overset{*}{w}_3+{}_1\varepsilon_{21}\cdot{}_1\overset{*}{w}_3\cdot\det_{\beta_1}^{\prime\prime}\mathrm{M}\cdot(\det_{\beta_1}^{\prime}\mathrm{M})^{-1}={}_1\overset{*\prime}{w}_3+{}_1\varepsilon_{21}\cdot{}_1\overset{*\prime\prime}{w}_3$
$\cdot\det_{\beta_1}^{\prime\prime}\mathrm{M}\cdot(\det_{\beta_1}^{\prime}\mathrm{M})^{-1}$

(4.1.3)　${}_1\overset{*}{w}_4+{}_1\varepsilon_{21}\cdot{}_1\overset{*}{w}_4\cdot\det_{\beta_1}^{\prime\prime}\mathrm{M}(\det_{\beta_1}^{\prime}\mathrm{M})^{-1}={}_1\overset{*\prime}{w}_4+{}_1\varepsilon_{21}\cdot{}_1\overset{*\prime\prime}{w}_4$
$\cdot\det_{\beta_1}^{\prime\prime}\mathrm{M}\cdot(\det_{\beta_1}^{\prime}\mathrm{M})^{-1}$

ここで ${}_1\overset{*\prime}{w}_i$ ($i=2,3,4$) は、

(4.2)　${}_{\beta_1}^{\prime}\mathrm{M}\cdot w=d$　　$\therefore$　$w={}_{\beta_1}^{\prime}\mathrm{M}^{-1}\cdot d$

とおいて求められた $w_i$ の値であって（${}_{\beta_1}^{\prime}\mathrm{M}$ と $w$、$d$ は既述のマトリックスとベクトル）${}_1\varepsilon_{21}$ が $0$ の時の ${}_1\overset{*}{w}_i$ の値である。又 ${}_1\overset{*\prime\prime}{w}_i$ ($i=2,3,4$) は、

(4.3)　${}_{\beta_1}^{\prime\prime}\mathrm{M}\cdot w=d$　　$\therefore$　$w={}_{\beta_1}^{\prime\prime}\mathrm{M}^{-1}\cdot d$

とおいて求められた $w_i$ の値であって、${}_1\varepsilon_{21}$ が無限大の値をとる時の ${}_1\overset{*}{w}_i$ の値である（${}_{\beta_1}^{\prime\prime}\mathrm{M}$ と $w$、$d$ は既述のマトリックスとベクトル）。

又、$\det_{\beta_1}\mathrm{M}$ と $\det_{\beta_1}^{\prime}\mathrm{M}$ 及び $\det_{\beta_1}^{\prime\prime}\mathrm{M}$ の間は次の関係がある。

(4.4)　$\det_{\beta_1}\mathrm{M}=\det_{\beta_1}^{\prime}\mathrm{M}+{}_1\varepsilon_{21}\cdot\det_{\beta_1}^{\prime\prime}\mathrm{M}$

(3.1.1)—(3.1.4) 式に、(4.1.1)—(4.1.3) 式及び (4.4) 式を代入すれば分るように、${}_1\overset{*\prime\prime}{w}_i$ ($i=2,3,4$) は $\eta_1$ の値いかんにかかわらず、${}_1\varepsilon_{21}$ が無限大の時の $w_i$ ($i=2,3,4$) の値である。（もちろん、この時 $w_1$ は $0$ である）。

$\det_{\beta_1}^{\prime}\mathrm{M}$ と $\det_{\beta_1}^{\prime\prime}\mathrm{M}$ が共に $0$ の場合は後に説明する。

まず、(4.1.1) 式について。この式は、${}_1\varepsilon_{21}$ と ${}_1\overset{*}{w}_2$ に関する直角双曲線をあらわす二次式であって、横軸に ${}_1\varepsilon_{21}$ を、たて軸に ${}_1\overset{*}{w}_2$ をとってこの曲線をグラフに描けば漸近線は、${}_1\overset{*}{w}_2={}_1\overset{*\prime\prime}{w}_2$　${}_1\varepsilon_{21}=-\det_{\beta_1}^{\prime}\mathrm{M}\cdot(\det_{\beta_1}^{\prime\prime}\mathrm{M})^{-1}$ であって、この曲線は、${}_1\varepsilon_{21}$ が $0$ の時、${}_1\overset{*}{w}_2={}_1\overset{*\prime}{w}_2$ の点でたて軸を切る。又、${}_1\overset{*}{w}_2=0$ ならしめる ${}_1\varepsilon_{21}$ の値を ${}_1\overset{0}{\varepsilon}_{21}$ とすれば、

(4.5)　${}_1\overset{0}{\varepsilon}_{21}=-{}_1\overset{*\prime}{w}_2/{}_1\overset{*\prime\prime}{w}_2\cdot\det_{\beta_1}^{\prime\prime}\mathrm{M}\cdot(\det_{\beta_1}^{\prime}\mathrm{M})^{-1}$

であるが、この曲線は ${}_1\varepsilon_{21}={}_1\overset{0}{\varepsilon}_{21}$ の点で横軸を切る。他の二式についても、

以上のことと同様の説明を加えることが出来る。

従つて、もし、${}_1\varepsilon_{21}$が0ならば、(3.1.1)式は次式となる。

$$(3.1.1)' \quad w_1+\frac{w_1}{\eta_1}\cdot\det_{\beta_1}w'\cdot(\det_\alpha M)^{-1}=\overline{w}_1^0$$

(3.1.1)式についてのべたように、(3.1.1)′式のあらわす直角双曲線の漸近線は$w_1=\overline{w}_1^0$, $\eta_1=-\det_{\beta_1}M'(\det_\alpha M)^{-1}$で、漸近線の交点は、もし$\det_{\beta_1}M'$が正(負)ならば、第二(第一)象限にあつて、その一つの曲線は原点を通る。$\det_{\beta_1}M'$の正負と${}^2_1\Gamma^1_1$の正負の関係については、$\det_{\beta_1}M$の正負と${}_1\Gamma_1$の正負の関係と同であつて、(3.1.1)′式の双曲線は$\det_{\beta_1}M'>0$の時は第三・二図、$\det_{\beta_1}M'<0$の時は第三・一図と同様である。

今、${}^2_1\Gamma^1_1$が正、且つ十分大で$\det_{\beta_1}M'>0$であり(3.1.1)′式の双曲線は第三・二図の如くであるとしよう。もし、${}_1\varepsilon_{21}$が0でなく、正の値をとるものとすれば、${}_1\Gamma_1$はいうまでもなく正で而も${}^2_1\Gamma^1_1$よりは大となる。従つて、$\det_{\beta_1}M$は必らず正である。このことは、(4.5)式から明らかなように、$\det_{\beta_1}M''$が正であり、そして$\det_{1\beta}M>\det_{\beta_1}M'$であることを意味する。もし、${}_1\varepsilon_{21}$が負値をとつて而も、

$$0>-\det_{\beta_1}M''(\det_{\beta_1}M')^{-1}>{}_1\varepsilon_{21}$$

の値となるならば、$\det_{\beta_1}M$は負値をとることとなり、第一商品市場は不安定要因を含むこととなろう。又、もし、$\det_{\beta_1}M'$が負であつても${}_1\varepsilon_{21}$が正値をとつて、而も、

$$0<-\det_{\beta_1}M''\cdot(\det_{\beta_1}M')^{-1}<{}_1\varepsilon_{21}$$

の値をとるならば、第一商品市場は安定化するであろう。

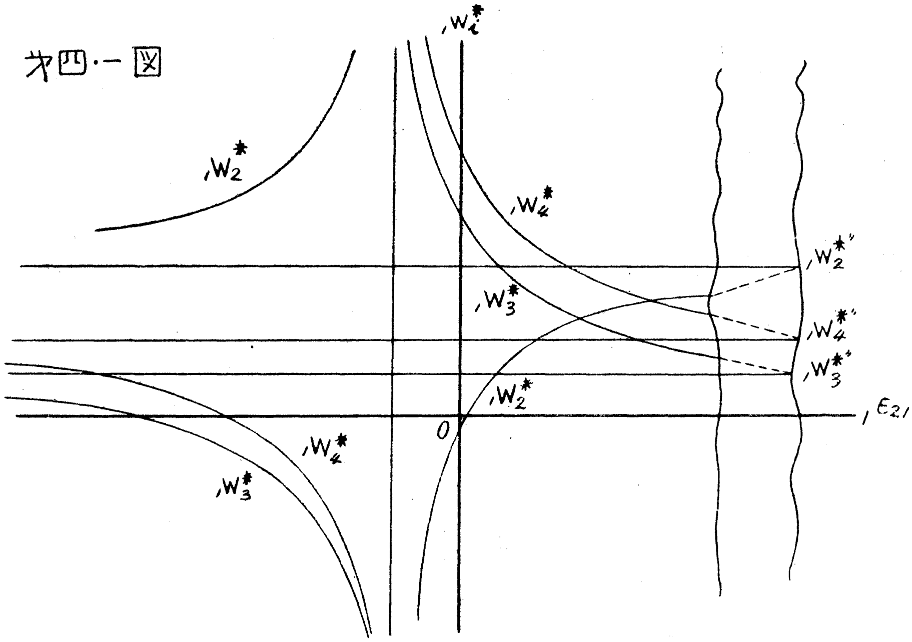
以上のべたように、$\det_{\beta_1}M''>0$であるから、構軸に${}_1\varepsilon_{21}$をたて軸に${}_1\overset{*}{w}_2$をとつて描いた(4.1.1)式の直角双曲線の漸近線の交点は、$\det_{\beta_1}M'>0$ならばたて軸の左側にある。そして、この漸近線の右側では(即ち、${}_1\varepsilon_{21}>-\det_{\beta_1}M''\cdot(\det_{\beta_1}M')$の範囲で市場が安定的である場合である)、${}_1\varepsilon_{21}$が大となれば第一商品価格の一定の上昇率のもとで(即ち$\eta_1$を一定として)第二商品に対する需要は増すのであるから、曲線は右上りとなろう。${}_1\varepsilon_{21}$が無限大になる時は、少くとも第一商品価格が上昇しなかつたならば生じたであろう所の第一商品への増加する需要量(即ち$\overline{w}_1^0$)は第二商品にシフトするわけであるから、${}_1\overset{*}{w}{}_2''$の値は$\overline{w}_1^0$と$\overline{w}_2^0$の和に等しいか、それともそれより大である。従つて、曲線は第四・一図の${}_1\overset{*}{w}_2$曲線の如くになるであろう(但し、図は、${}_1\overset{*}{w}{}_2'$が負、従つて${}_1\varepsilon_{21}^0$が正である場合である)。

ところで、${}_1\varepsilon_{21}$が大になるということは、第一国市場における第一商品と第二商品の代替性が大になる(或は補完性が小になる)ことであるが、代替項の性質に従つて

$$\sum_{i=1}^4 {}_1\varepsilon_{i1}=0$$

である。今、${}_1\varepsilon_{31}$、${}_1\varepsilon_{41}$は所与としているのであるから${}_1\varepsilon_{21}$が大となることは、${}_1\varepsilon_{11}$(即ち第一国における第一商品の弾力性)が小となること即ち${}_1\varepsilon_{11}$が負値をとるものとすればその絶体値が大となることにほかならない。逆に、${}_1\varepsilon_{21}$が小となることは${}_1\varepsilon_{11}$が大となることとであつて、もし${}_1\varepsilon_{21}$が負値をとるならば、${}_1\varepsilon_{11}$が負値でなく正値をとつて、第一商品価格の上昇は、第一国においては自国商品の需要をかえつて増加させる事態を生ずるかもしれない。

${}_1\varepsilon_{21}$と${}_1\varepsilon_{11}$を除き、${}_1\varepsilon_{41}$と${}_1\varepsilon_{41}$を含めて全ての国の市場における他の全ての第一商品価格に関する交叉弾力性が一定であつて、${}_1\varepsilon_{21}$が大となり、それだけ${}_1\varepsilon_{11}$が小となることは、第一商品価格の一定の上昇率のもとで(即ち$\eta_1$を一定として)、第一商品価格の上昇の第三及び第四商品の需要に与える影響力が相対的に低くなることにほかならない。従つて、或る${}_1\varepsilon_{21}$の値のもとで、${}_3\Gamma_1$が正で而も十分大で(負であつても十分小ならばよい)第一商品価格が上昇する




時に第三商品えの需要を増加させる状態にあつたとすれば、一定の$\eta_1$の値のもとで、${}_1\varepsilon_{21}$が大となることは、第三商品えの需要の減少を結果し、又、逆に${}_3\Gamma_1$が負で而もその絶対値が十分大で（正であつても十分小ならばよい）

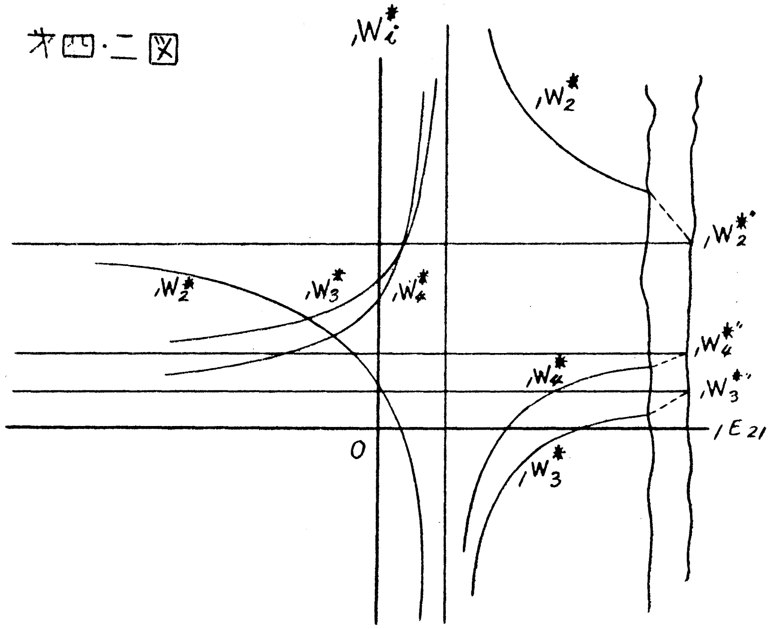
第一商品価格が上昇する時、第三商名えの需要が減少する状態にあつたとすれば、一定の$\eta_1$のもとで${}_1\varepsilon_{21}$が大となることは第三商品えの需要を増加させる結果を生じよう。然し、${}_1\varepsilon_{21}$の大きさは${}_3\Gamma_1$の値とは無関係であるから以上のことは、第一商品から第二商品への需要のシフトの大きさの変化による第一及び第二国の所得の変化に基く所得効果を通じて作用することになる。そして、${}_1\varepsilon_{21}$が無限大となつた時は第一国市場において第一商品価格の上昇がある時は、完全に第一商品から第三商品え需要のシフトが生じるからして、正で、有限値をとる$\eta_1$のもとでは、$w_1$は0であるが、もし、この時の$w_2$の値である、${}_1w_2^{*\prime\prime}$の大きさが$\overline{w}_1^0$と$\overline{w}_2^0$の和より大とすれば$w_3^{*\prime\prime}$は$\overline{w}_3^0$に等しいかそれより小である筈であり、又、$\overline{w}_2^0$と$v_1^0$の和に等しければ、丁度$\overline{w}_1^0$、だけが第一商品から第二商品えの関要のシフトの量になつたわけであるから、${}_1w_3^{*\prime\prime}$は$\overline{w}_3^0$に等しい筈である。

第三商品についてのべたことは、第四商品についてもあてはまる。そして、同様に、${}_1w_4^{*\prime\prime}$は$\overline{w}_3^0$に等しいか、又はそれより小である。

第四・一図は${}_3\Gamma_1$と${}_4\Gamma_1$の値が第一商品価格上昇の時、第三商品と第四商品えの需要を増加させる値をとつているものとし、且、${}_1w_3^{*\prime\prime}$と${}_1w_4^{*\prime\prime}$が正値をとるものとして、(4.1.2)式と(4.1.3)式をグラフを描いたものである。

${}_1^2\Gamma_1^1$が負で而もその絶体値が十分大であつて（正であるが、十分小であつてもよい）。$\det_{g1}M'$が負であるとすれば、(4.1.1)式の直角双曲線の漸近線の交点は第一象限又は第四象限にある。${}_1\varepsilon_{21}$が大となることが第二商品の需要に与える影響及び${}_1\varepsilon_{21}$が無限大となる時の${}_1w_2^{*\prime\prime}$の値については、$\det_{g1}M'>0$　の場合と同様であるから、(4.1.1)式のグラフは第四・二図の${}_1w_2^*$曲線の如くであろう（但し、

$\overset{0}{\eta}_1$が正である場合が描かれている)。又、${}_1\varepsilon_{21}$の変化が、第三商品、第四商品の需要に与える影響についても$\det_{\beta_1}M' > 0$の場合と同じであつて、${}_3\Gamma_1$又は${}_4\Gamma_1$が第一商品価格上昇の時に、第三商品又は第四商品に対する需要を増大（減少）せしめるような値であるならば、或る$\eta_1$の大きさの下で、${}_1\varepsilon_{21}$の値が大となることは、第三商品又は第四商品に対する需要を減少（増大）せしめることになる。${}_1w_3^{*''}$と${}_1w_4^{*''}$の値については$\det_{\beta_1}M' > 0$の場合と同じである。${}_3\Gamma_1$と${}_4\Gamma_1$の値が第一商品価格上昇の時に第三及び第四商品に対する需要を減少せしめるような値であるとし、且、${}_1w_3^{*''}$と${}_1w_4^{*''}$がいずれも正であるとして、(4.1.2)式と(4.1.3)式をグラフに描いたのが、第四・二図の${}_1w_3^*$曲線と${}_1w_4^*$曲線である。




## 五

${}_1\varepsilon_{21}=0$とすれば、$w_i$ $(i=1,2,3,4)$と$\eta_1$の関係は、(3.1.1)—(3.1.4)式において、$\det_{\beta_1}M$を$\det_{\beta_1}M'$に又、${}_1w_i^*$ $(i=2,3,4)$を${}_1w_i^{*'}$ $(i=2.3.4)$に代えれば知ることが出来る。以上のようにおき代えられた式を(3.1.1)'—(3.1.4)'式としよう。そして、(3.1.1)'—(3.1.4)'式のグラフは第三・七図としよう。この時、${}_1\varepsilon_{21}$が0以外の値をとる時、各曲線がどのように変るかは(4.1.1)—(4.1.3)式及び(4.4)式から知ることが出来る。

そして第四・一図は、この時の第三・七図に対応する${}_1\varepsilon_{21}$と${}_1w_i^*$の関係を示している。${}_1\varepsilon_{21}$が0以外の値をとつても、第三・七図の横軸に平行な漸近線は不変であるが、たて軸に平行な漸近線を決める$\det_{\beta_1}M$の値は(4.4)式によつて定まる。第三・七図では漸近線の交点は第二象限にあるのであるから$\det_{\beta_1}M' > 0$であつて、又、既にのべたように$\det_{\beta_1}M'' > 0$であるから、${}_1\varepsilon_{21}$が正値をとればたて軸に平行な漸近線は左方に移動し、負値をとるならば右方に移動して、

$$ {}_1\varepsilon_{21} = -\det_{\beta_1}M''\cdot(\det_{\beta_1}M')^{-1} $$

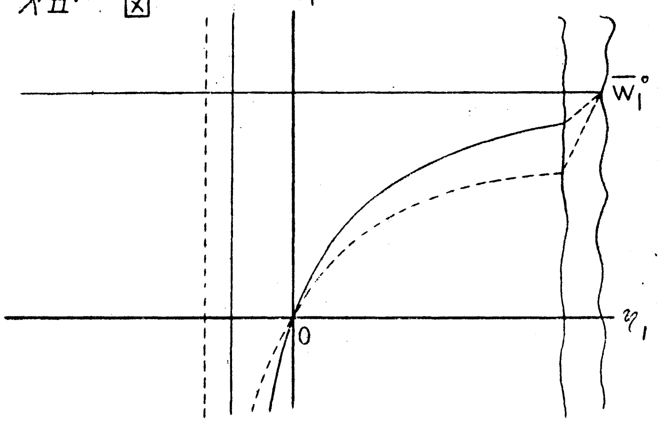
の時、たて軸と一致する（この時は明らかに$\det_{\beta_1}M=0$である）。${}_1\varepsilon_{21}$がもつと小ならばたて軸に平行な漸近線はたて軸の右側に移り、第三・八図のようになつて、市場は不安定要因を含むことになろう（$\det_{\beta_1}M<0$となるのである）。

$w_1$の動きをあらわす1曲線は${}_1\varepsilon_{21}$が大となつても原点を通る（$\eta_1$が0なら常

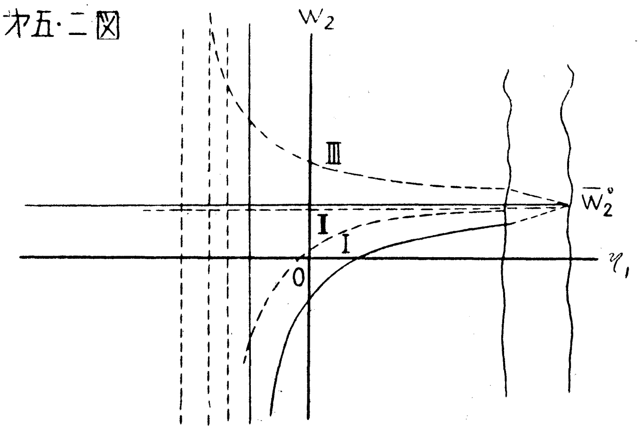
に $w_1$ は0だから)。　然し ${}_1\varepsilon_{21}$ が大となることは或る $\eta_1$ の値において ${}_1\varepsilon_{11}$ が小となること（或は負値をとつて絶体値が大になること）であるから、正なる $\eta_1$ に対して、$w_1$ はより小となり、$w_1$ 曲線は第五・一図の如くに変化するであろう。（実線は ${}_1\varepsilon_{21}=0$ の時、点線は ${}_1\varepsilon_{21}$ の時。以下同じ）。${}_1\varepsilon_{21}$ が負値をとれば、反対に正なる $\eta_1$ に対して $w_1$ はより大となり、そしてたて軸に平行漸近線が、たて軸の右方に移れば、その時の $w_1$ の曲線は、第三・八図の1曲線と同じになることはいうまでもない。

$w_2$ の2曲線の変化は複雑である。前にのべたように、${}_1\varepsilon_{21}$ が0の時、正で十分小なる $\eta_1$ の値に対して第三・七図におけるように負値をとるかもしれないが、${}_1\varepsilon_{21}$ が0から順次大となるにつれて、曲線がたて軸を切る点 ${}_1\overset{*}{w}_2$ は第四・一図に示すように増大する。そして、${}_1\varepsilon_{21}$ が無限大となる時には $\overline{w}_2^0$ より大なる正値をとるのであるから、${}_1\varepsilon_{21}$ が或る大きさに達した時、${}_1\overset{*}{w}_2$ が $\overline{w}_2^0$ に等しくなる時がある筈である。ところで、二次式の△を(3.1.2)式について計算すれば分るように、${}_1\overset{*}{w}_2=\overline{w}_2^0$ の時は △=0 であつて、(3.1.2)式は相交わる二直線をあらわし、この二直線は漸近線そのものに他ならない。従つて、第四・一図において ${}_1\varepsilon_{21}$ が ${}_1\overset{*}{w}_2=\overline{w}_2^0$ ならしむるような値をとるならな、$\eta_1$ の大きさいかんにかかわらず、$w_2$ は一定値 $\overline{w}_2^0$ をとる。従つて、${}_1\varepsilon_{21}$ が変る時の $w_2$ の曲線の変化は、第五・二図のようになろう。（図の点線Ⅰは ${}_1\overset{*}{w}_2<\overline{w}_2^0$ ならしめる ${}_1\varepsilon_{21}$ の値の時、点線Ⅱの直線は ${}_1\overset{*}{w}_2=\overline{w}_2^0$ ならしめる ${}_1\varepsilon_{21}$ の値の時、点線Ⅲは ${}_1\overset{*}{w}_2>\overline{w}_2^0$ ならし

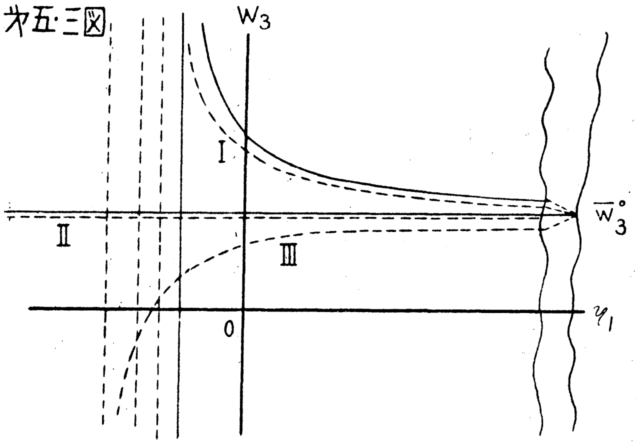
第五・一図




第五・二図




第五・三図



める ${}_1\varepsilon_{21}$ の値の時の曲線である）。${}_1\varepsilon_{21}$ が負値をとってその絶体値が増す時は、第五・二図のたて軸に平行な漸近線が右方に移動すると共に、曲線が下方に移動し（曲線がたて軸を切る点は下方に移動する）、やがてこの漸近線がたて軸の右側に移ると、曲線は第三・八図における $w_2$ の2曲線の如くになるであろう。

$w_3$ の3曲線の変化は二通りある。その一つは ${}_1\varepsilon_{21}$ が無限大の時の $w_3$ の値、${}_1w_3^{*\prime\prime}$ が $\bar{w}_3^0$ に等しい時で、他は、${}_1w_3^{*\prime\prime}$ の値が $\bar{w}_3^0$ の値よりも小なる時である。後の場合について説明する。第四・二図に見るように、${}_1\varepsilon_{21}$ が大となるに従って、$w_3$ の3曲線がたて軸を切る点は低くなる。そして、この点が $\bar{w}_3^0$ に等くなる時、$w_2$ の2曲線についてのべた時と同様に、(3.1.3) 式は、相交わる二直線となり、更に ${}_1\varepsilon_{21}$ が大となる時はたて軸を切る点は $\bar{w}_3^0$ の下になることになる。従って、3曲線の変化は第五・三図の如くになるであろう。実線から点線Ⅰへの変化は ${}_1w_3^{*\prime\prime}>\bar{w}_3^0$ ならしめるような ${}_1\varepsilon_{21}$ の値をとつた時、点線Ⅱへの変化は ${}_1w_3^{*\prime\prime}=\bar{w}_3^0$ ならしめるような ${}_1\varepsilon_{21}$ の値をとつた時で、点線Ⅲへの変化は ${}_1w_3^{*\prime\prime}<\bar{w}_3^0$ ならしめるような ${}_1\varepsilon_{21}$ の値をとつた時である。又、${}_1w_3^{*\prime\prime}$ の値が $\bar{w}_3^0$ に等しい時には、第五・三図で、点線Ⅰのような (4.1.2) 式から求められる変化のみがあることになる。$w_3$ の3曲線が、第三・七図の場合と異つて、同図の2曲線のように右上りであるとすれば、${}_1\varepsilon_{21}$ が大となることによる3曲線の変化は第五・二図の1曲線のようになるであろう（${}_1w_3^{*\prime\prime}$ は $\bar{w}_3^0$ より大とはならぬから）。$w_4$ の4曲線の変化については、3曲線についてのべたことから類推出来るから繰返さない。

第五・二図にみられるように、${}_1\varepsilon_{21}$ が大となるにつれて、曲線が右上りから右下りに変り、従つて、$\eta_1$ の変化が $w_2$ の大きさに逆の影響を及ぼすことになる。このことは次のことを意味する。第五・二図の実線の場合は ${}_2\Gamma_1$（この場合は ${}^2_2\Gamma^1_1$）が負値をとつて、その絶体値が十分大である（正値で、十分小であつてもよい）為に、第一商品価格の上昇が第二商品への需要を減少せしめる状態にあつたのであるが、${}_1\varepsilon_{21}$ が大となるにつれて、${}_2\Gamma_1$ が大となり（即ち、負で、その絶体値が小となるか、又は正で大となり）第一商品価格の上昇が第二商品えの需要を増加せしめるようになつたのである。又、第五・三図におけるように曲線が右上りから右下りに変化するのは、実線における状態（即ち ${}_1\varepsilon_{21}$ が0の時）では ${}_3\Gamma_1$ の値は、第一商品価格の上昇が第三商品えの需要を増加せしめる状態であつたけれども、${}_1\varepsilon_{21}$ が大となるにつれて、第一商品から第二商品への需要のシフトが大となり、このシフトによつて生ずる所得効果の影響によつて、もはや ${}_3\Gamma_1$ は第一商品価格が上昇する場合に、第三商品への需要を増加せしめるに足る十分な大きさではなくなつたのである。

(3.1.1)′ (3.1.4)′ 式のグラフが第三・八図の場合（$\det_{\beta_1}{}^{\prime\prime}M<0$ である）である時には、${}_1\varepsilon_{21}$ が大となれは、たて軸に平行な漸近線は左方に移動し、${}_1\varepsilon_{21}>-\det_{\beta_1}{}^{\prime\prime}M\cdot(\det_{\beta_1}{}^{\prime}M)$ の時には、この漸近線がたて軸の左側に移置して市場は安定的となり、第三・七図の状態になる。更に ${}_1\varepsilon_{21}$ が大となる時は、第三・七図について加えた説明から類推出来るところである。

## 六

第二国における第一商品と第二商品の代替補完性を示す ${}_1\varepsilon_{12}$ が変化する時の分析は、${}_1\varepsilon_{21}$ についてのべたことと全く同様で、以上の記述において、${}_1\varepsilon_{21}$ を ${}_1\varepsilon_{12}$ と入れかえるだけで十分である。但し、${}_1\varepsilon_{12}$ が大となること（即ち ${}_1\varepsilon_{12}$ が負値をとるものとすれば、その絶体値が小になること）は、${}_1\varepsilon_{22}$（即ち第二国における第二商品の第一商品価格に関する交叉弾力性）が小となることに注意しなければならぬ。

${}_1\varepsilon_{31}$ が変化する時の分析は、マトリックス ${}_{\beta_1}{}^{\prime}M$ の第一列を次のベクトル

でおきかえ、マトリックス $_{\beta 1}M''$ の第一列を次のベクトル

$$\begin{pmatrix} {}^{3}_{1}\Gamma^{1}_{1} \\ -{}_{2}\Gamma_{1} \\ -{}^{3}_{3}\Gamma^{1}_{1} \\ -{}_{4}\Gamma_{1} \end{pmatrix}$$

でおきかえ、

$$\begin{pmatrix} \frac{L_{31}}{Q_1} \\ 0 \\ -\frac{L_{31}}{Q_1} \\ 0 \end{pmatrix}$$

でおきかえ、$_1\varepsilon_{21}$ を $_1\varepsilon_{31}$ とおきかえることによつて行われる。又、$_1\varepsilon_{13}$ が変化する場合の分析は、$_1\varepsilon_{31}$ を $_1\varepsilon_{13}$ とおきかえるだけで十分である。

同様に $_1\varepsilon_{41}$ が変化する時の分析は、マトリックス $_{\beta 1}M'$ の第一列を次のベクトル

$$\begin{pmatrix} {}^{4}_{1}\Gamma^{1}_{1} \\ -{}_{2}\Gamma_{1} \\ -{}_{3}\Gamma_{1} \\ -{}^{4}_{4}\Gamma^{1}_{1} \end{pmatrix}$$

でおきかえ、マトリックス $_{\beta 1}M''$ の第一列を次のベクトル

$$\begin{pmatrix} \frac{L_{41}}{Q_1} \\ 0 \\ 0 \\ -\frac{L_{41}}{Q_1} \end{pmatrix}$$

でおきかえ、$_1\varepsilon_{21}$ を $_1\varepsilon_{41}$ と入れかえることによつて行われる。$_1\varepsilon_{14}$ が変化する時は、$_1\varepsilon_{41}$ を $_1\varepsilon_{14}$ と入れかえれば十分である。但し ${}^{3}_{1}\Gamma^{1}_{1}$ 又は ${}^{4}_{1}\Gamma^{1}_{1}$ は、${}_{1}\Gamma_{1}$ から $_1\varepsilon_{31}$ 又は $_1\varepsilon_{41}$ の項を除いたものであり、${}^{3}_{3}\Gamma^{1}_{1}$ 又は ${}^{4}_{4}\Gamma^{1}_{1}$ は、${}_{3}\Gamma_{1}$ 又は ${}_{4}\Gamma_{1}$ から、$_1\varepsilon_{31}$ 又は $_1\varepsilon_{41}$ の項をとり除いたものである。

以上の諸ケースは全て前節までのべたことから類推出来るからして、説明を要しないであろうが、これら諸ケースの特長は $\det {}_{\beta 1}M''$ が正で、$_1\varepsilon_{j1}$ or $_1\varepsilon_{1j}$（$j=2,3,4$）が大となれば $w_j$（$j=2,3,4$）は大となつて、$_1\varepsilon_{j1}$ 又は $_1\varepsilon_{1j}$ が無限大となる時 $w_j$ の値 ${}_1\overset{*}{w}{}''_j$ は、$\overset{0}{w}_j$ と $\overset{0}{w}_1$ の和に等しいかそれより大である（従つて $j$ 以外の国の $k$ 国の ${}_1\overset{*}{w}{}''_k$ は $\overset{0}{w}_k$ に等しいかそれより小である）。そして各ケースのグラフでは $_1\varepsilon_{j1}$ 又は $_1\varepsilon_{1j}$ が大となる時はたて軸の漸近線は左方に移動し、市場が安定的な状態で ${}_1\overset{*}{w}{}''_i$（$i=2,3,4$）が実現することが可能である。

ところで、$_1\varepsilon_{jk}$（$j,k=2,3,4$）が変化する場合は事情が異る。

今、$_1\varepsilon_{32}$ が変化するものとしよう。この場合の分析は、マトリックス $_{\beta 1}M'$ の第一列を次の列ベクトル

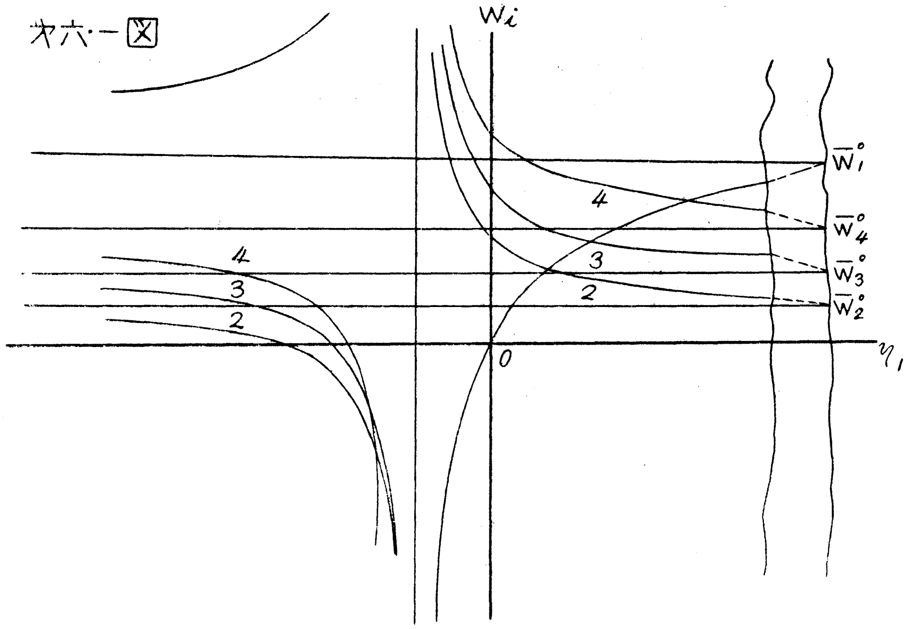
$$\begin{pmatrix} {}_{1}\Gamma_{1} \\ -{}^{3}_{2}\Gamma^{2}_{1} \\ -{}^{3}_{3}\Gamma^{2}_{1} \\ -{}_{4}\Gamma_{1} \end{pmatrix}$$

と入れかえ、マトリックス $_{\beta 1}M''$ の第一列を次の列ベクトル

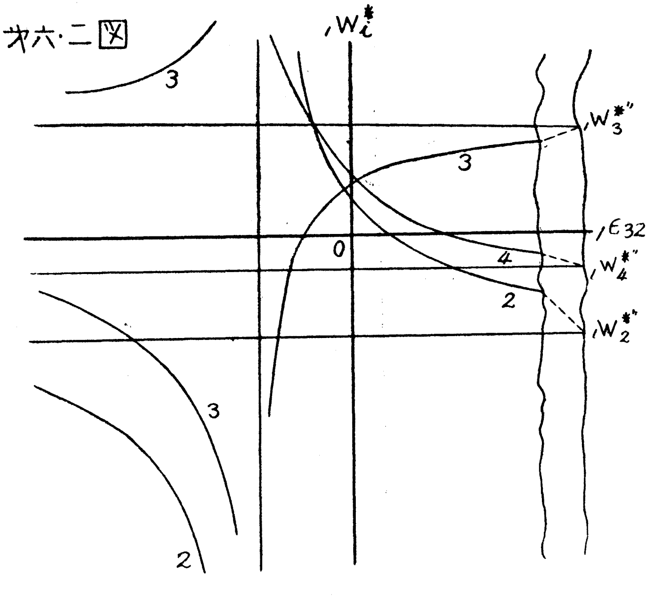
$$\begin{pmatrix} 0 \\ \frac{L_{32}}{Q_1} \\ -\frac{L_{32}}{Q_1} \\ 0 \end{pmatrix}$$

といれかえることによつて行われる。$_1\varepsilon_{32}$ が0の時市場は安定的で（即ち $_{\beta 1}M'>0$）で、${}^{3}_{2}\Gamma^{2}_{1}$、${}^{3}_{3}\Gamma^{2}_{1}$ 及び ${}_{4}\Gamma_{1}$ が、第一商品価格上昇が第二―第四商品を増加させる状態にあるものとしよう。従つてその時の $\eta_1$ と $w_i$（$i=1,2,3,4$）の関係

は第六・一図のようになる。又、$_1\varepsilon_{32}$が正で大となることは第一商品価格が上昇すると第二国市場において第一商品と第三商品の間に代替が生じ、より多くの第三商品が第二国市場において需要されるようになりそして前にのべた




ように、$_1\varepsilon_{32}$が大となることは$_1\varepsilon_{22}$が小となることであるから、第二商品はそれ程需要が増加せず或は却つて需要が減退することになろう。従つて、$_1\varepsilon_{32}$が無限大となる時には、$_1W_3^{*''}$は$\overline{W}_3^0$と$\overline{W}_1^0$の和以上に大となり、$_1W_2^{*''}$は負値をとり、又、$_1W_4^{*''}$も$_1W_2^{*''}$ほど小さくなくも負値をとるということは十分に考えられる。この場合は、第一商品の価格上昇は第二商品と第三商品に加速された形で吸収されると考えられる。従つて、$\det_{\beta i}' M > 0$ とすれば、$_1\varepsilon_{32}$と$_1W_i^*$$(i=2,3,4)$の関係は第六・二図に示される如くになろう。これまでのべたことは、前節までのべた$_1\varepsilon_{21}$の場合と大差ない。



今度は、$_1\varepsilon_{23}$が変化する場合を考えよう。分析はマトリックス$'_{\beta 1}M$の第一列を次の列ベクトル

$$\begin{pmatrix} {}_1\Gamma_1 \\ -{}^2_2\Gamma^3_1 \\ -{}^2_3\Gamma^3_1 \\ -{}_4\Gamma_1 \end{pmatrix}$$

といれかえ、マトリックス$''_{\beta 1}M$の第一列を次の列ベクトル

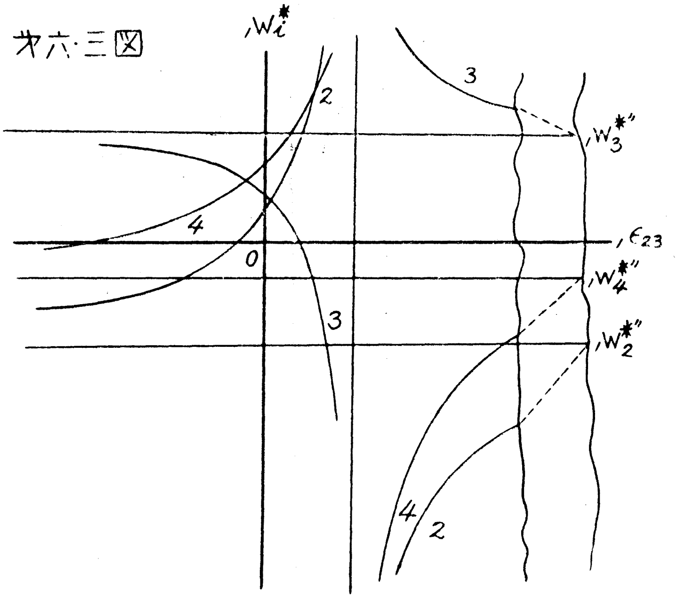
$$\begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{I_{23}}{Q_1} \\ \frac{I_{23}}{Q_1} \\ 0 \end{pmatrix}$$

といれかえることによつて行われる。但し、${}^2_2\Gamma^3_1$と${}^2_3\Gamma^3_1$は${}_2\Gamma_1$と${}_3\Gamma_1$から$_1\varepsilon_{23}$の項を除いたものである。$_1\varepsilon_{23}$が0の時、$\det_{\beta 1}'M>0$であつて、その時$w_i$（$i=1,\cdots,4$）と$\eta_1$の関係を示すグラフは、第六・一図と同じで、たて軸に平行な漸近線の右側で、$w_1$の曲線は右上り、他の曲線は右下りとしよう。

ところで、簡単化の為に$I_{32}=I_{23}$とすれば（即ち、第二国と第三国間で初期の輸出入が均衡している）、$_1\varepsilon_{32}$の時の$\det_{\beta 1}''M$と、$_1\varepsilon_{23}$の時の$\det_{\beta 1}''M$は正負が逆で、その絶対値は等しく、而も、$_1w_i^{*''}$（$i=2,3,4$）は正負及び絶体値共に等しい筈である。

$_1\varepsilon_{23}$が0より大となれば、第三国において第一商品から第二商品への需要のシフトが起り、又、これは$_1\varepsilon_{33}$が小となることだから第三商品の需要は減ずる。第四商品については、これらの影響で需要が増すものと仮定すれば、$_1\varepsilon_{23}$と$_1w_i^*$（$i=2,3,4$）の関係を示すグラフは第六・三図のようになるであろう（$\det_{\beta 1}''M<0$だから、たて軸に平行な漸近線が、たて軸の右側にあることに注意）。

第六・三図




第六・三図と第六・一図の組合せでは$_1\varepsilon_{23}$が大となれば、第六・一図のたての漸近線は右方に移動することが特長である。今迄のべた諸ケースでは$_1\varepsilon_{21}$…等々の増大は、市場を安定化する方向にあつたのであるが、この場合は市場を不安定化する方向に作用する。従つて$_1\varepsilon_{23}$が十分大となれば（無限大になることを含めて）、市場は不安定となる。市場が安定的であつて、$_1w_i^{*''}$（$i=2,3,4$）の値が実現されるのは、$_1\varepsilon_{23}$が無限小である時であるのだから、$_1w_2^{*''}$及び$_1w_4^{*''}$が負値で$_1w_3^{*}$が正値という、一見不合理な符号を示すのである。

変化するのが、$_1\varepsilon_{42}$（又は$_1\varepsilon_{24}$）或は、$_1\varepsilon_{43}$（又は$_1\varepsilon_{34}$）である場合には、右にのべたような場合が生ずる可能性がある。

## 七

貿易収支の変動についてのべる。意味があるのは、非負である $\eta_1$ の値に対して市場が安定的である場合であるから、第三・七図又は第六・一図について説明すれば足りるであろう。

第二、第三、及び第四国についてはリアルな国民所得の増分の正負によつて貿易収支の増分の正負がきまるのであるから、第三・七図の第三及び第四国、第六・一図の第二、第三及び第四国の貿易収支増分は常に正である。然し、第三・七図の第二国の場合には、変動する代替補完性が ${}_1\varepsilon_{j1}$ or ${}_1\varepsilon_{1j}$ ($j=2,3,4$) の場合は第一国における第一国商品と第 $j$ 国商品の間の、又は、第 $j$ 国における第一国商品と第 $j$ 国商品の間の代替補完性を一定とした時、$\eta_1$ が十分小であれば、リアルな国民所得の増分(従つて貿易収支の増分)は負値をとる可能性があり、又、或る $\eta_1$ の値において、正値であつたとしても、もし上記の代替性が減少し或は補完性が増すならば(このことは既述のように第一国における第一商品の価格弾力性が小になること、或は第 $j$ 国における第 $j$ 国品の第一商品価格に関する交叉弾力性が小になることを含む)、市場が安定的であつても、そのリアルな国民所得(従つて貿易収支)増分は負値をとる可能性があることを示している。変化するのが ${}_1\varepsilon_{jk}$ ($j,k=2,3,4$; $j \neq k$) である時は、或る $j$ と $k$ について ${}_1\varepsilon_{jk}$ の場合に右のことがいい得るとすれば ${}_1\varepsilon_{kj}$ の場合には、第 $j$ 国における第一国商品と第 $k$ 国商品の間の代替性の増加(又は補完性の減少)が、市場が安定的なままで、第二国のような国の貿易収支増分を負たらしめるであろう。

自発的支出増加があり、且、供給弾性が有限値をとる国である第一国においては、$\eta_1$ が大となる程リアルな国民所得の増分は減少するのであるが、極大値 $\overline{w}_1^0$ をとる時、その貿易収支増分は必らず負であるから(何となれば他の三ケ国のリアルな国民所得、従つて貿易収支は全て正だから)、市場が安定的である限り、貿易収支増分は常に負であるということが出来る。

$\det_{\beta_1}M=0$ 及び $\det_{\beta_1}''M=0$ の場合について説明を加える。

まず、$\det_{\beta_1}=0$ となる場合について、${}_1\varepsilon_{21}$ が変化するケースについてのべる。${}_1\varepsilon_{21}=0$ の時、$\eta_1$ と各々の $w_i$ ($i=1,\cdots\cdots,4$) の関係を示すグラフが第三・七図の如くであつたとしよう。即ち、たての漸近線がたて軸の左側にあり(従つて市場は安定的である)、$\eta_1$ が正なる範囲で $w_1$ と $w_2$ の曲線は右上りで $w_3$ と $w_4$ の曲線は右下りである。今、${}_1\varepsilon_{21}$ が負値をとれば(即ち第一市場において第一商品と第二商品が補完的である)、たての漸近線は右方に移動し、

$$ {}_1\varepsilon_{21} = -\det_{\beta_1}'M\cdot(\det_{\beta_1}''M)^{-1} $$

となる時は、$\det_{\beta_1}M=0$ となつて、この漸近線はたて軸と一致する。そしてこの時、第三・六図から明らかなように、$w_2$、$w_3$ 及び $w_4$ は不定値をとる。$\det_{\beta_1}M=0$ の時は、明らかに、$w_1$ は第一商品価格の変動とは無関係に常に一定値 $\overline{w}_1^0$ をとり、このことは第一商品市場が中立均衡にあることを示している。${}_1\varepsilon_{21}$ がこのような値をとる時、$\eta_1$ と $w_2$、$w_3$ 及び $w_4$ の関係は次式で示される。

$$ (7.1)\quad w_i = w_i^0 + \frac{1}{\eta_1} w_i^{\triangle} \quad (i=2,3,4) $$

但し、$w_i^{\triangle}$ は ${}_1\varepsilon_{21} = -\det_{\beta_1}'M\cdot(\det_{\beta_1}''M)^{-1}$ とおいて、マトリックス ${}_{\beta_1}M$ の第 $i$ 行第 $j$ 列の因子の余因子 ${}_{\beta_1}M_{ij}$ ($i,j=1,\cdots\cdots,4$) の行列式を求めて、

$$ w_i = (\det_a M)^{-1}\cdot\sum_{k=1}^{4} d_k\cdot\det_{\beta_1}M_{ki} \quad (i=2,3,4) $$

とおいて求めた $w_i$ の値である。(7.1)式は $w_i=\overline{w}_i^0,\ \eta_1=0$ を漸近線とする直角双曲線であるが、${}_1\varepsilon_{21}$ が0から負値をとるように変つたのであるから、$\eta_1$ と各々の $w_i$ の関係を示すグラフは、$w_1$ の直線は $w_1=\overline{w}_1^0$ で示される横軸に平行な直線であり、$w_2$ はたて軸の右側で右上り、$w_3$ と $w_4$ の曲線は右下りの直角双曲線である。以上のことは、第一商品市場が中立均衡の状態にある時、その価格の上昇は、第二—四商品市場を不安定にすることを意味している。${}_1\varepsilon_{21}$ についてのべたことは他の代替ないし補完をあらわす係数が変化する場合にそれらが或る一定値をとつて $\det_{\beta_1}M=0$ となる場合についても同様である。

次に、$\det_{\beta 1}{}''M=0$ について。変化するところの代替ないし補完を示す係数が $_1\varepsilon_{jk}$ ($j=2,3,4$) の場合にこのような場合が生じよう。今、変化するのが $_1\varepsilon_{43}$ としよう。そして、$_1\varepsilon_{43}=0$ の時、$\eta_1$ と各々の $w_i$ ($i=1,\cdots\cdots,4$) の関係を示すグラフが第三・七図の如くであるとしよう。そしてこの時、$\det_{\beta 1}{}''M=0$ としよう。$\det_{\beta 1}M=\det_{\beta 1}{}'M+{}_1\varepsilon_{43}\cdot\det_{\beta 1}{}''M$ であるから、$_1\varepsilon_{43}$ がいかなる値をとつても、たての漸近線は位置を変えない。$\det_{\beta 1}M$ の値は $_1\varepsilon_{43}$ の値に関係がないのだから、$w_1$ の曲線は $_1\varepsilon_{43}$ の値が変つても不動である。又、$_1\varepsilon_{43}$ が大となることは第三国市場において、第四商品に対する需要が減ずることであるから、$_1\varepsilon_{43}$ が大となれば $w_3$ の曲線及び $w_4$ の曲線がたて軸を切る点は、下方及び上方に移動しなければならない。そして $w_2$ の曲線が、$_1\varepsilon_{43}$ の値いかんにかかわらず不動であるというのが、$\det_{\beta 1}{}''M=0$ なることの特長である。$\eta_1$ が0なる時の $w_i$ ($i=2,3,4$) の値はこの場合次式であらわされる。

$$(7.2)\quad \begin{cases} {}_1\overset{*}{w}_2={}_1\overset{*\prime}{w}_2 \\ {}_1\overset{*}{w}_i={}_1\overset{*\prime}{w}_i+{}_1\varepsilon_{43}\cdot{}_1\overset{*\triangle}{w}_i \quad (i=3,4) \end{cases}$$

但し、$_1w_i^{\triangle}$ ($i=3,4$) はマトリックス $_{\beta 1}''M$ の第 $i$ 行第 $j$ 列の因子の余因子 $M_{ij}$ ($i,j=1,\cdots\cdots,4$) の行列式を求め、

$$w_i=(\det_{\beta 1}{}'M)^{-1}\cdot\sum_{k=1}^{4}d_k\cdot{}_{\beta 1}''M_{ki}\quad(i=3,4)$$

とおいて求めた $w_i$ の値である。(実際において、$_{\beta 1}''M_{k2}$ ($k=1,\cdots\cdots,4$) は全て0である)。(7.2)式に見るように $\eta_1$ が0の時、$_1\varepsilon_{43}$ と $w_3$ 及び $w_4$ の値は第一次式であらわされる関係を持つから、$_1\varepsilon_{43}$ が大となれば、$w_3$ は限りなく小になり、$w_4$ は限りなく大となる。以上のことは、$\eta_1$ が0の時、$_1\varepsilon_{43}$ の変化に対して、第二商品市場が中立的である時、第三商品及び第四商品市場が不安定であることを示しているのであつて、換言すれば、$\det_{\beta 1}{}''M=0$ であることは、第二商品市場が、$_1\varepsilon_{43}$ の変化による間接的な第一商品価格の変動に対して中立均衡にあることを意味し、この結果、第三商品及び第四商品市場が不安定的であることを意味している。他の $_1\varepsilon_{jk}$ ($i,j=2,3,4$) が変化する場合も、事情は $_1\varepsilon_{43}$ についてのべたことから類推出来ることである。